

# APPLI-COURS – CORRIGE : DOUBLE SOMME avec Excel ou sans Excel

## ACTIONS

Le fichier EXCEL ci-dessous est fourni en complément de l'APPLI « Double somme actions ». Il peut être téléchargé en format EXCEL.

Il est utilisable sous Excel ou en l'imprimant et le complétant manuellement. La différence est que le fichier Excel est préformaté, et les calculs sont faits automatiquement. Sinon il suffit de les réaliser à la calculatrice.

Le sujet du cours est celui de la double somme.

L'exemple proposé est celui d'un *portefeuille de 3 types d'actions A,B,C*, ayant subi *3 hausses mensuelles (non cumulatives) inégales calculées sur la valeur de départ (prix d'achat de l'action)*, au cours du premier trimestre 2021 (énoncé en bleu ciel). L'unité monétaire est l'€. On supposera pour l'interprétation (question 4 b) et 6 ci-dessous), que l'actionnaire **vend à la fin de chaque mois une action**.

### SOUS EXCEL : TRAVAIL à réaliser dans l'ordre des questions (\*)

- 1) Dans un premier temps choisir et saisir 3 modalités (donc valeurs) lignes (*taux de hausse mensuelle* en vert). et 3 modalités (donc valeurs) colonne (*valeur d'acquisition d'une action A ou B, ou C*, en jaune).

Notre choix est :

		A	B	C
		15	26	40
1	1,06	0	0	0
2	1,04	0	0	0
3	1,1	0	0	0

- 2) On constate que le tableau donne tous les résultats automatiquement, jusqu'au résultat de la double somme (en bas à droite), et aussi la vérification par la règle fondamentale.

Notre tableau se présente alors sous la forme :

## NOTRE TABLEAU INITIAL COMPLET

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION						
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C		
ligne i 3 taux hausse mensuelle		15	26	40	somme lignes (SL)	
1	1,06	15,9	27,56	42,4	85,86	
2	1,04	15,6	27,04	41,6	84,24	
3	1,1	16,5	28,6	44	89,1	
somme colonnes (SC)		48	83,2	128	259,2 SL → 259,2 SC ↓	
<b>VERIFICATION PAR LA REGLE FONDAMENTALE DE LA DOUBLE SOMME</b>						
		SOMME des modalités lignes		3,2		
		SOMME des modalités colonnes		81		
		PRODUIT DES SOMMES		259,2		

NB : vous avez pu choisir d'autres modalités lignes et colonnes que celles de ce tableau.

Donc vos résultats peuvent différer.

Votre tableau est exact, si la vérification est exacte.

Ici : 259,2

- 3) Il incombe alors à chacun de comprendre à l'aide du cours ce qu'il vient de faire, avant de continuer.

***Ce tableau illustre l'enseignement du cours. Le résultat de la double somme en bas à droite = 259,2 est donné soit en ligne (SL) soit en colonne (SC). De plus il est vérifié en dessous par la règle fondamentale.***

- 4) Passage à l'écriture algébrique.
- a) Choisir les noms des deux variables croisées pour dénommer correctement chaque modalité ligne et chaque modalité colonne (dont vous avez déjà choisi les valeurs). Les noms de variable déjà utilisées en cours sont autorisés, afin de simplifier le travail.

Le cours suggère le choix de  $X_i$  en ligne et  $Y_j$  en colonne. Les modalités lignes sont donc ;  $X_1$ ;  $X_2$  et  $X_3$ . Les modalités colonnes sont :  $Y_1$ ;  $Y_2$  et  $Y_3$ .

Soit :

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION						
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C		
ligne i 3 taux hausse mensuelle		$Y_1$ 15	$Y_2$ 26	$Y_3$ 40	somme lignes (SL)	
1	$X_1$ 1,06	15,9	27,56	42,4	85,86	
2	$X_2$ 1,04	15,6	27,04	41,6	84,24	
3	$X_3$ 1,1	16,5	28,6	44	89,1	
somme colonnes (SC)		48	83,2	128	259,2 SL → 259,2 SC ↓	

- b) Pour chaque valeur encadrée en rouge, écrire son expression algébrique. Cette partie de l'exercice est en soi suffisante pour prétendre avoir assimilé le sujet.

Les valeurs en rouge s'écrivent :

$$15 = Y_1$$

$$1,04 = X_2$$

$$27,04 = 1,04 \times 26 = X_2 \cdot Y_2$$

$$128 = (40 \times 1,06) + (40 \times 1,04) + (40 \times 1,1) = 40(1,06 + 1,04 + 1,1)$$

$$= Y_3 (X_1 + X_2 + X_3) = Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i$$

$$85,86 = (1,06 \times 15) + (1,06 \times 26) + (1,06 \times 40) = 1,06 (15 + 26 + 40)$$

$$= X_1 (Y_1 + Y_2 + Y_3) = X_1 (\sum_{j=1}^3 Y_j)$$

$$259,2 \text{ (SC)} = Y_1 (X_1 + X_2 + X_3) + Y_2 (X_1 + X_2 + X_3) + Y_3 (X_1 + X_2 + X_3) = (Y_1 + Y_2 + Y_3) \cdot (X_1 + X_2 + X_3)$$

$$= \sum_{j=1}^3 Y_j \sum_{i=1}^3 X_i = 45 + 83,2 + 128$$

$$259,2 \text{ (SL)} = X_1 (Y_1 + Y_2 + Y_3) + X_2 (Y_1 + Y_2 + Y_3) + X_3 (Y_1 + Y_2 + Y_3) = (X_1 + X_2 + X_3) \cdot (Y_1 + Y_2 + Y_3)$$

$$= \sum_{i=1}^3 X_i \sum_{j=1}^3 Y_j = 85,86 + 84,24 + 89,1$$

Pour être sûr d'avoir compris, écrire une phrase ou deux, donnant le sens :

- des sommes lignes (SL) et colonnes (SC)

(SC) = 128 → Au premier trimestre la vente de 3 actions C a rapporté 128€.

(SL) = 85,86 → Au premier mois, la vente de trois actions (A, B, et C) a rapporté 85,86€.

- de la double somme (SC et SL) calculé en bas à droite du tableau. Quelle remarque pertinente peut on faire ?

(SC) = (SL) = 259,2 → dans les deux cas ceci signifie que la vente du portefeuille de 9 actions (3A, 3B et 3C) a rapporté au total 259,2€.

La seule différence est : (SL) = 259,2 → total des ventes suivant le trimestre

(SC) = 259,2 → total des ventes selon l'action

On remarque que presque la moitié ((49,3%) de ces ventes sont dues aux actions (C). Les ventes sont par contre régulières est comparables selon le trimestre.

- 5) Finalement répondre à la question : A-t'on besoin de calculer l'intégralité du tableau pour trouver le résultat et l'interpréter ?

Non, le calcul intégral du tableau n'est pas nécessaire pour déterminer le résultat total. Il suffit d'appliquer la règle fondamentale rappelée sous le tableau : *Le résultat d'une double somme est égal au produit des sommes des modalités lignes et des modalités colonnes ?* Soit :

$$= \sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i = (15+26+40) \times (1,06+1,04+1,1) = 259,2\text{€} \text{ ou bien}$$

$$= \sum_{i=1}^3 x_i \sum_{j=1}^3 y_j = (1,06+1,04+1,1) \times (15+26+40) = 259,2\text{€}$$

Cette règle permet de vérifier les calculs du tableau et donc leur interprétation.

### 6) Questions subsidiaires : Sigma simple

**Utiliser les propriétés de sigma simple en recourant au tableau COMPLET INITIAL et en supposant constants ou donnés Ses résultats.**

*Les réponses sont données ci-dessous en respectant l'énoncé de la question. Toutefois, on a ajouté de manière facultative (aux fins de calculs avec Excel) une vérification en reconstruisant le tableau initial. Un avertissement en fin de corrigé est cependant donné sur cette reconstruction.*

- 1) Si le portefeuille était composé de 12 actions A, 9 actions B, et 15 actions C, quel aurait été le chiffre d'affaire par type d'action, et au total. Ecrire algébriquement chaque résultat et donner sa valeur.

On connaît le montant des ventes trimestrielles pour 3 actions vendues de chaque type : 3A, 3B, et 3C.

Soit ces montants :  $3A = 48\text{€}$      $3B = 83,2\text{€}$      $3C = 128\text{€}$

Donc :  $12A = 4 \times (3A)$      $9B = 3 \times (3B)$      $15C = 5 \times (3C)$

Or  $3A = Y_1 (\sum_{i=1}^3 X_i) \rightarrow 4 \times (3A) = 4(Y_1 \sum_{i=1}^3 X_i) = 4 \times 48 = 192\text{€}$

Et  $3B = Y_2 \sum_{i=1}^3 X_i \rightarrow 3 \times (3B) = 3(Y_2 \sum_{i=1}^3 X_i) = 3 \times 83,2 = 249,6\text{€}$

Et  $3C = Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i \rightarrow 5 \times (3C) = 5(Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i) = 5 \times 128 = 640\text{€}$

Soit le chiffre d'affaires total :  $12A + 9B + 15C$

$$= 4(Y_1 \sum_{i=1}^3 X_i) + 3(Y_2 \sum_{i=1}^3 X_i) + 5(Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i)$$

$$= 192 + 249,6 + 640 = 1081,6\text{€}$$

**La vérification facultative** par le tableau donnerait le même résultat (en laissant inchangées les modalités *i* et *j*) :

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION					
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C	
ligne i 3 taux hausse mensuelle		15	26	40	somme lignes (SL)
1	1,06	63,6	82,68	212	358,28
2	1,04	62,4	81,12	208	351,52
3	1,1	66	85,8	220	371,8
somme colonnes (SC)		192	249,6	640	1081,6 SL → 1081,6 SC ↓

2) Si le portefeuille était composé de 6 actions A, 6 actions B, et 6 actions C, quel aurait été le chiffre d'affaire par type d'action, et au total. Ecrire algébriquement le résultat et donner sa valeur.

Dans tous les cas, les ventes totales sont multipliées par 2, soit :

$$2 \times 3A = 2 \times 48 \text{€} = 96 \text{€} \rightarrow 2(Y_1 \sum_{i=1}^3 X_i) = 96 \text{€}$$

$$2 \times 3B = 2 \times 83,2 = 166,4 \text{€} \rightarrow 2(Y_2 \sum_{i=1}^3 X_i) = 166,4$$

$$2 \times 3C = 2 \times 128 = 256 \text{€} \rightarrow 2(Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i) = 256 \text{€}$$

Le chiffre d'affaire total serait :  $2(Y_1 \sum_{i=1}^3 X_i) + 2(Y_2 \sum_{j=1}^3 X_i) + 2(Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i)$

$$= 2[(Y_1 \sum_{i=1}^3 X_i) + (Y_2 \sum_{j=1}^3 X_i) + (Y_3 \sum_{i=1}^3 X_i)]$$

$$= 2(48 + 83,2 + 128)$$

=  $2 \times 259,2 = 518,4 \text{€}$  Ce qui correspond à un total en colonnes SC à :

$$= 2 \left( \sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i \right)$$

ou en lignes SL à :

$$2 \left( \sum_{i=1}^3 x_i \sum_{j=1}^3 y_j \right) = 2(85,56 + 84,24 + 89,1) = 2 \times 259,2 = 518,4 \text{€}$$

**La vérification facultative** par le tableau donnerait le même résultat (en laissant inchangées les modalités *i* et *j*) :

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION					
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C	
ligne i 3 taux hausse mensuelle		15	26	40	somme lignes (SL)
1	1,06	33,8	57,12	86,8	177,72
2	1,04	33,2	56,08	85,2	174,48
3	1,1	35	59,2	90	184,2
somme colonnes (SC)		102	172,4	262	536,4 SL → 536,4 SC ↓

Ou bien en modifiant les modalités colonne *j*

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION					
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C	
ligne i 3 taux hausse mensuelle		30	52	80	somme lignes (SL)
1	1,06	31,8	55,12	84,8	171,72
2	1,04	31,2	54,08	83,2	168,48
3	1,1	33	57,2	88	178,2
somme colonnes (SC)		96	166,4	256	518,4 SL → 518,4 SC ↓

Cette présentation a l'avantage de permettre la vérification par l'égalité fondamentale, puisque :

$$(1,06+1,04+1,1) \times (30+52+80) = 3,2 \times 162 = 518,4$$

- 3) On suppose dans le tableau qu'à chaque vente il reçoit en plus une commission constante égale à  $k=2\text{€}$ . quel aurait été le chiffre d'affaires par type d'action, et au total. Ecrire algébriquement chaque résultat et donner sa valeur.

La question revient à ajouter (+2) à chaque produit de la matrice  $(X_i Y_j)$  soit  $[(X_i Y_j) + 2]$ .

Par conséquent chaque (SC) s'écrit :

$$3A+(2+2+2) = Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + (2+2+2) = Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + 6 = 48+6 = 54\text{€}$$

$$\begin{aligned} \text{soit } Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k &= Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + (3-1+1)k \\ &= Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + (3 \times 2) = Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + 6 = 48+6 = 54\text{€} \end{aligned}$$

et donc même chose pour  $3B+(2+2+2)$  et  $3C+(2+2+2)$

$$3B+(2+2+2) \text{ s'écrit : } Y_2(\sum_{i=1}^3 X_i) + (3 \times 2) = 83,2+6 = 89,2\text{€}$$

$$\text{soit } Y_2(\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k$$

$$3C+2 \text{ s'écrit : } Y_3(\sum_{i=1}^3 X_i) + (3 \times 2) = 128+6 = 134\text{€ soit } Y_3(\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k$$

D'où le chiffre d'affaire total :

$$(Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k) + ((\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k) + (Y_3(\sum_{i=1}^3 X_i) + \sum_{i=1}^3 k)$$

$$= (Y_1(\sum_{i=1}^3 X_i) + Y_2(\sum_{i=1}^3 X_i) + Y_3(\sum_{i=1}^3 X_i)) + (\sum_{i=1}^3 k + \sum_{i=1}^3 k + \sum_{i=1}^3 k)$$

$$= (Y_1 + Y_2 + Y_3)(\sum_{i=1}^3 X_i) + (\sum_{i=1}^3 k + \sum_{i=1}^3 k + \sum_{i=1}^3 k)$$

$$= (\sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i) + 3(\sum_{i=1}^3 k)$$

$$= (\sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i) + 3(\sum_{i=1}^3 2)$$

$$= (\sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i) + (3 \times 6)$$

$$= (\sum_{j=1}^3 y_j \sum_{i=1}^3 x_i) + 18$$

$$= 259,2+18 = 277,2\text{€ au total}$$

Pour vérification on a bien ci-dessus par action :  $54 + 89,2 + 134 = 277,2\text{€}$

Et La **vérification facultative** par le tableau donnerait le même résultat (en laissant inchangées les modalités  $i$  et  $j$ ) :

APPLI - DOUBLE SOMME ACTION					
↓modalités colonne j → 3 prix d'achat/action		A	B	C	
ligne i 3 taux hausse mensuelle		15	26	40	somme lignes (SL)
1	1,06	17,9	29,56	44,4	91,86
2	1,04	17,6	29,04	43,6	90,24
3	1,1	18,5	30,6	46	95,1
somme colonnes (SC)		54	89,2	134	277,2 SL → 277,2 SC ↓

**ATTENTION :** Rappel → les vérifications facultatives par le tableau proposées pour les questions 6, ci-dessus, ne peuvent pas donner lieu à *la règle fondamentale*, sauf de modifier les valeurs des modalités ainsi que nous l'avons fait. Donc, quiconque ignorerait les énoncés de ces questions pourrait dire, mais à tort, que ces tableaux sont faux du fait de la non vérification de *l'égalité fondamentale*.

4) On s'intéresse au seul chiffre d'affaire de l'action C. Ecrire algébriquement et donner le résultat des hypothèses suivantes :

a) au premier mois (tableau initial), Il vend deux C et bénéficie d'une commission de 2€ par unité vendue ( $k=2$ ).

$$2(X_1.Y_3) + (k+k) = 2(X_1.Y_3) + 2k = (2 \times 40) + (2 \times 2) = 84€$$

b) Etendre aux 2 premiers mois

$$= 2[(X_1Y_3)+(X_2Y_3)]+(k+k+k+k)$$

$$= 2Y_3(X_1+X_2) + 4k = 2 \times 40(1,06+1,04)+(4 \times 2) = (80 \times 2,1)+8 = 176€$$

Ou autre écriture des 4 k

$$= 2 Y_3 (\sum_{i=1}^2 X_i) + (\sum_{i=1}^2 2k) = 2 Y_3 (\sum_{i=1}^2 X_i) + (2 - 1 + 1) 2k =$$

$$= 2 Y_3 ((\sum_{i=1}^2 X_i) + 4k = 2 \times 40(1,06+1,04)+(4 \times 2) = (80 \times 2,1)+8 = 176€$$

5) On s'intéresse à l'ensemble du portefeuille du tableau initial. Ecrire algébriquement et donner le résultat des hypothèses suivantes :

a) au premier mois (tableau initial), Il vend 2 actions de chaque type (A,B,C) et bénéficie d'une commission de 2€ par unité vendue ( $k=2$ ).

*NB : Pour simplifier l'écriture algébrique on peut dans un premier temps désigner chaque chiffre d'affaire par (SC) suivi éventuellement de a, ou b, ou c. (Ne pas oublier le résultat numérique).*

Au premier mois le chiffre d'affaire du tableau initial donne :  $SL_1 = 15,9 + 27,56 + 42,4 = 85,86$

S'il double les ventes (6 au lieu de 3) et reçoit 2€ à chacune

alors  $SL_1$  devient =  $(2 \times 85,86) + 12 = 183,72€$

Soit algébriquement

$$2[(X_1.Y_1) + k + (X_1.Y_2) + k + (X_1.Y_3) + k] = 2\left((X_1 \sum_{j=1}^3 Y_j) + (\sum_{j=1}^3 k)\right) = 2((85,86) + (3 \times 2))$$

$$= 171,72 + 12 = 183,72€$$

b) Sur le chiffre d'affaire trimestriel, il doit payer un impôt sur le chiffre d'affaire par type d'action, décomposé comme suit :

Chiffre d'affaire A → impôt (noté  $T_a$ ) = 1,5%

Chiffre d'affaire B → impôt (noté  $T_b$ ) = 2 %

Chiffre d'affaire C → impôt (noté  $T_c$ ) = 2,5%

b1) Ecrire algébriquement et donner le résultat du chiffre d'affaire total après impôt (ou chiffre d'affaire NET).

NB : Pour simplifier l'écriture algébrique on peut dans un premier temps désigner chaque chiffre d'affaire ( $SC_j$ ) par ( $SC_a, SC_b, SC_c$ ), et le chiffre d'affaire NET par ( $SC_n$ ). On passe en sigma ensuite. (Ne pas oublier le résultat numérique).

D'une manière générale, le chiffre d'affaire après impôt (ou Net, soit  $SC_n$ ) s'écrit

$$SC_n = SC_j (1 - (T_j/100)) \text{ donc}$$

$$SC_a = SC_1 (1 - 0,015) = SC_1 \times 0,985$$

$$SC_b = SC_2 (1 - 0,02) = SC_2 \times 0,98$$

$$SC_c = SC_3 (1 - 0,025) = SC_3 \times 0,975$$

$$\begin{aligned} \text{Soit algébriquement le chiffre d'affaire total NET} &= (SC_1 \times 0,985) + (SC_2 \times 0,98) + SC_3 \times 0,975 \\ &= 0,985 (Y_1 (\sum_{i=1}^3 X_i)) + 0,98 (Y_2 (\sum_{i=1}^3 X_i)) + 0,975 (Y_3 (\sum_{i=1}^3 X_i)) \\ &= (0,985 \times 48) + (0,98 \times 83,2) + (0,975 \times 128) = 47,28 + 81,536 + 124,8 = 253,616\text{€} \end{aligned}$$

b2) Aurait on pu calculer directement le Chiffre d'affaire **total** NET, connaissant les taux d'imposition par type d'action ? Comment alors aurait on écrit algébriquement ce chiffre d'affaire total Net ?

Oui en calculant le taux de réduction  $(1 - T/100)$  moyen, soit  $(0,985 + 0,98 + 0,975) / 3 = 0,98$   
Comme le chiffre d'affaire total initial était de 259,8€, alors le nouveau est égal à  $259,2\text{€} \times 0,98 = 253,616\text{€}$  aux décimales près.

$$\text{Soit algébriquement : } 0,98 \left( \sum_{j=1}^3 Y_j \sum_{i=1}^3 X_i \right)$$

(\*) Il n'y a aucun problème à réaliser manuellement cet exercice.

Fin du corrigé

-W-